

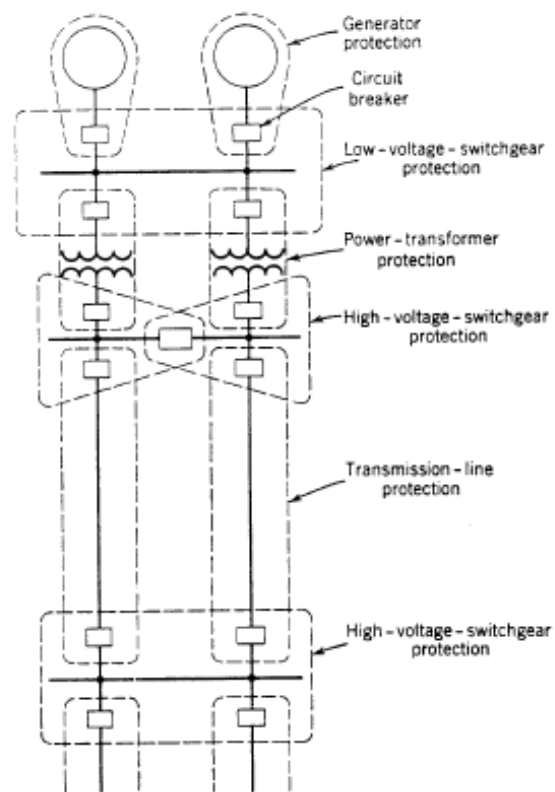
Procesos Transitorios

Material 2

Método de las componentes simétricas

para el análisis

de las fallas asimétricas



Profesor: Dr. Orlys Ernesto Torres Breffe (CUBA)

CENACE

ECUADOR

Material 2

El método de las componentes simétricas para el análisis de las fallas asimétricas

Tema 1. Introducción a los procesos transitorios

Sumario:

- Generalidades del método de las componentes simétricas
- Redes de secuencia
 - Red de secuencia cero
 - Impedancia de secuencia de los elementos del sistema
- Análisis de las fallas
 - Cortocircuitos trifásicos y monofásicos
 - Apertura de un conductor
 - Expresiones empleadas para el análisis de las fallas transversales y longitudinales
- Conclusiones

Objetivo:

Familiarizar a los estudiantes con las expresiones y el método de las componentes simétricas utilizado en el análisis de las fallas asimétricas.

Bibliografía:

1. Barreto García Rafael. Cálculo del Cortocircuito _ La Habana: Editorial Científico - Técnica, 1985_ 281p.
2. Boza Balerino J. Procesos Transitorios.
3. Guerra Castro Augusto M. Equipos Eléctricos de Plantas y Subestaciones_ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1984 _192p.
4. IEEE Recommendation Practice. Brown Book .Power Systems Analyze, 1996.
5. Stevenson William. Análisis de los sistemas eléctricos de potencia_ La Habana: Edición Revolucionaria, 1986 _ 391p.

2.1 Generalidades de las Componentes Simétricas:

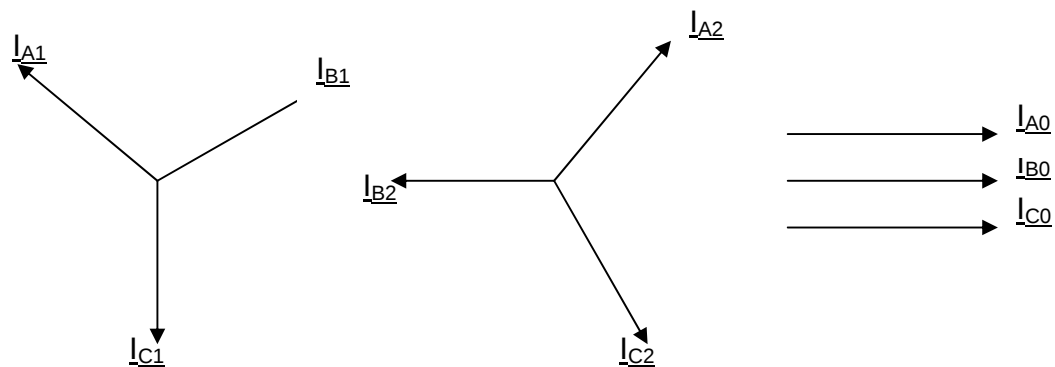
El método tratado en clases anteriores permite estudiar los fenómenos o los cortocircuitos de carácter simétricos (cortocircuitos trifásicos). Se trabaja con un Diagrama de Impedancia que representa los parámetros de una fase del Sistema Eléctrico y por tanto, los demás parámetros (corrientes, tensiones, etc.) se consideran de igual magnitud y desfasados 120° del calculado.

Fortescout en 1918 inventó el método de las Componentes Simétricas el cual permite analizar las fallas asimétricas (cortocircuitos bifásicos, monofásicos, aperturas de conductores, etc.) que son aquellas donde los parámetros eléctricos por fases poseen valores modulares y de fase diferentes.

Este método consiste en suponer que los parámetros eléctricos de cada una de las fases están divididos en 3 componentes simétricas, como sigue:

$$\begin{array}{ll} \underline{I}_A = \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} & \underline{U}_A = \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} \\ \text{a) } \underline{I}_B = \underline{I}_{B1} + \underline{I}_{B2} + \underline{I}_{B0} & \text{b) } \underline{U}_B = \underline{U}_{B1} + \underline{U}_{B2} + \underline{U}_{B0} \\ \underline{I}_C = \underline{I}_{C1} + \underline{I}_{C2} + \underline{I}_{C0} & \underline{U}_C = \underline{U}_{C1} + \underline{U}_{C2} + \underline{U}_{C0} \end{array}$$

Expresiones matemáticas de las suposiciones hechas por Fortescout



Desde el punto de vista gráfico, estas suposiciones se pueden representar como se muestran en la figura, llegando entonces con la aplicación del álgebra matemática a las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\underline{I}_{B1} &= \underline{I}_{A1} e^{-j120^\circ} & \underline{I}_{B2} &= \underline{I}_{A2} e^{j120^\circ} & \underline{I}_{B0} &= \underline{I}_{A0} \\ \underline{I}_{C1} &= \underline{I}_{A1} e^{j120^\circ} & \underline{I}_{C2} &= \underline{I}_{A2} e^{-j120^\circ} & \underline{I}_{C0} &= \underline{I}_{A0}\end{aligned}$$

Si se le asigna a la variable (a) el valor complejo $1e^{j120^\circ}$, entonces podemos decir que $a^2 = 1e^{-j120^\circ}$ y las anteriores pueden quedar expresadas de la forma siguiente:

$$\begin{aligned}\underline{I}_{B1} &= a^2 \underline{I}_{A1} & \underline{I}_{B2} &= a \underline{I}_{A2} & \underline{I}_{B0} &= \underline{I}_{A0} \\ \underline{I}_{C1} &= a \underline{I}_{A1} & \underline{I}_{C2} &= a^2 \underline{I}_{A2} & \underline{I}_{C0} &= \underline{I}_{A0}\end{aligned}$$

Como se observa utilizando los fasores (a) y (a^2) se pueden modificar las ecuaciones donde las componentes simétricas de todas las fases se pueden obtener como función de las componentes de secuencia de una sola fase; como sigue:

$$\begin{aligned}\underline{I}_A &= \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} & \underline{U}_A &= \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} \\ \text{a) } \underline{I}_B &= a^2 \underline{I}_{A1} + a \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} & \text{b) } \underline{U}_B &= a^2 \underline{U}_{A1} + a \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} \\ \underline{I}_C &= a \underline{I}_{A1} + a^2 \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} & \underline{U}_C &= a \underline{U}_{A1} + a^2 \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0}\end{aligned}$$

Expresando las ecuaciones anteriores en forma matricial y los parámetros eléctricos de las fases como X (puede ser cualquiera de los parámetros eléctricos I, U, P, Q), tenemos:

$$\begin{bmatrix} \underline{X}_{(ABC)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{X}_{A(120)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{X}_{A1} \\ \underline{X}_{A2} \\ \underline{X}_{A0} \end{bmatrix}$$

Invirtiendo la ecuación general anterior, de tal forma que las componentes simétricas sean las variables dependientes se tiene:

$$\begin{bmatrix} \underline{X}_{A(120)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{X}_{(ABC)} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{X}_A \\ \underline{X}_B \\ \underline{X}_C \end{bmatrix}$$

Como se observa el parámetro $\underline{X}_{A0}$, correspondiente a la componente de secuencia cero, solo aparecerá en aquellos circuitos donde la suma de los parámetros de fases sea diferente de 0.

$$\begin{aligned} \underline{I}_{A1} &= \frac{1}{3}(\underline{I}_A + a\underline{I}_B + a^2\underline{I}_C) \\ \underline{I}_{A2} &= \frac{1}{3}(\underline{I}_A + a^2\underline{I}_B + a\underline{I}_C) \\ \underline{I}_{A0} &= \frac{1}{3}(\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C) \end{aligned}$$

En el caso de las corrientes de las fases, esto solo sucederá en los circuitos que posean neutro (estrella aterrada), dado que en los circuitos en delta o con estrella aislada, la suma de las corrientes de las fases es cero y por tanto se puede asegurar que no se podrá detectar la componente de secuencia cero.

Las expresiones anteriores son utilizadas por algunos dispositivos de protección; así como por determinados instrumentos de medición, por ejemplo, los que permiten reflejar el desequilibrio de las fases del sistema eléctrico.

2.2 Redes de Secuencia

Suponiendo que el trabajo normal del sistema eléctrico se pueda considerar, idealmente, como un sistema de equilibrado trifásico, entonces para el caso de las corrientes se obtiene:

Condiciones iniciales:

- El módulo de las corrientes de las fases es el mismo $I_A = I_B = I_C$
- Las corrientes están desfasadas a 120°

$$\begin{aligned} \varphi_B &= \varphi_A - 120^\circ \\ \varphi_C &= \varphi_A + 120^\circ \end{aligned}$$

$$\underline{I}_{A0} = \frac{1}{3}(\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C) = \frac{1}{3}(\underline{I}_A + \underline{I}_A^{-120^\circ} + \underline{I}_A^{120^\circ}) = 0$$

$$\underline{I}_{A2} = \frac{1}{3}(\underline{I}_A + a^2\underline{I}_B + a\underline{I}_C) = \frac{1}{3}(\underline{I}_A + 1^{-120^\circ} \underline{I}_A^{-120^\circ} + 1^{120^\circ} \underline{I}_A^{120^\circ})$$

$$\underline{I}_{A2} = \frac{1}{3}(\underline{I}_A + \underline{I}_A^{-240^\circ} + \underline{I}_A^{240^\circ}) = \frac{1}{3}(\underline{I}_A + \underline{I}_A^{180^\circ}) = 0$$

$$\underline{I}_{A1} = \frac{1}{3}(\underline{I}_A + a\underline{I}_B + a^2\underline{I}_C) = \frac{1}{3}(\underline{I}_A + 1^{120^\circ} \underline{I}_A^{-120^\circ} + 1^{-120^\circ} \underline{I}_A^{120^\circ})$$

$$\underline{I}_{A1} = \frac{1}{3}(\underline{I}_A + \underline{I}_A + \underline{I}_A) = \frac{1}{3}(3\underline{I}_A) = \underline{I}_A$$

$\underline{I}_{A1} = \underline{I}_A$ De la demostración anterior obtenemos, que mientras el sistema eléctrico esté trabajando normalmente (balanceado) no existen otras componentes, solamente la de secuencia positiva. Esta conclusión nos permite afirmar que los parámetros normales (de chapa) de los elementos del sistema – R y X - son componentes de secuencia positiva.

El diagrama de impedancia que en materiales anteriores habíamos introducido, coincide con el Diagramas o la *Red de Secuencia Positiva* de un sistema dado.

De esta misma forma, al igual que existe la Red de Secuencia Positiva que da origen a las componentes $\underline{I}_{A1}$ y $\underline{U}_{A1}$, también pueden construirse otras redes correspondientes a las restantes secuencias, las que se denominarán Redes de Secuencia Negativa y Redes de Secuencia Cero.

Las Redes de Secuencia Negativa poseen forma similar a las redes de secuencia positiva, con la diferencia de que en éstas no existen fuentes ideales de tensión. Los elementos del sistema se comportan de manera diferente al paso de las corrientes de secuencias negativas que al paso de las corrientes de secuencias positivas, por tanto, R y X de secuencia negativa son diferentes que las que se emplean en el diagrama de secuencia positiva.

El diagrama de secuencia negativa correspondiente al sistema mostrado en el ejemplo 1 del material anterior, se puede observar en el ejemplo 5. La diferencia entre las redes de secuencia positiva y negativa mostrada, corresponden con las fuentes ideales de tensión y los valores de impedancia que no tienen porque coincidir, aunque en algunos casos son similares, lo que se verá en epígrafes posteriores.

Ejemplo 5

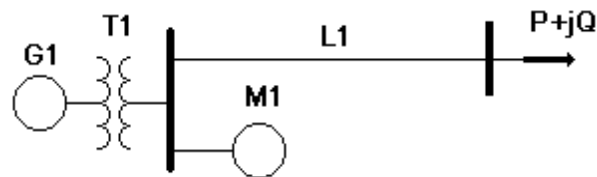


Figura 2.1. Sistema de potencia simplificado del ejemplo 1

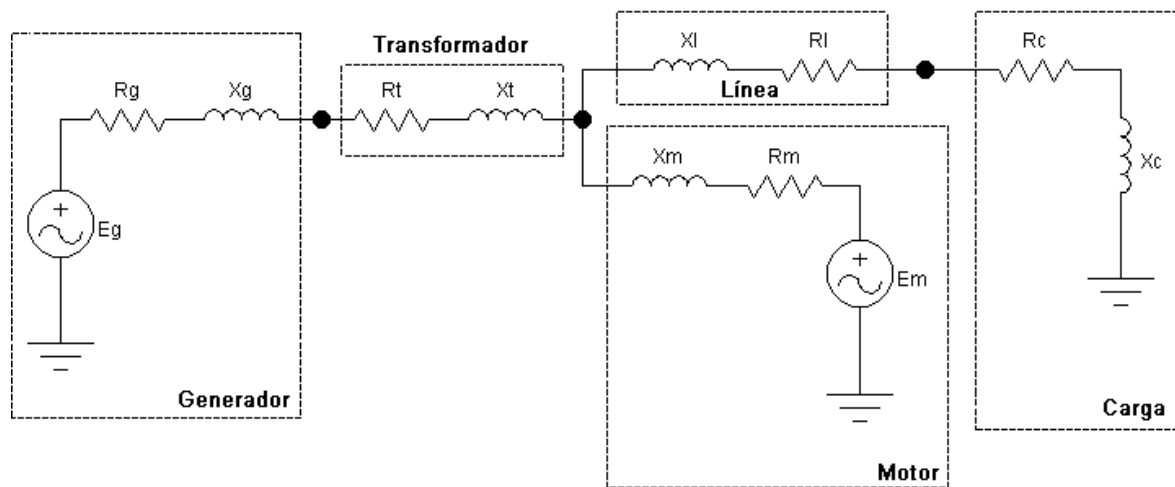


Figura 2.2. Red de Secuencia Positiva o Diagrama de Impedancia

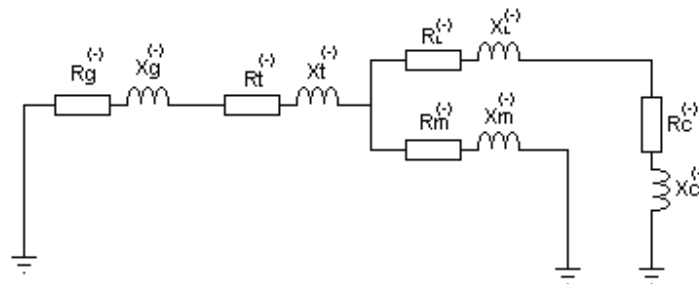


Figura 2.3. Red de Secuencia Negativa

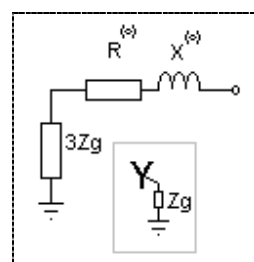
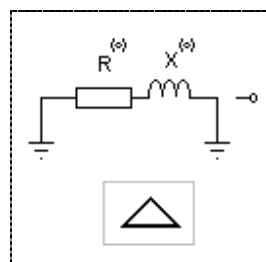
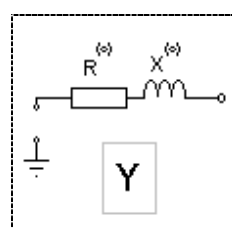
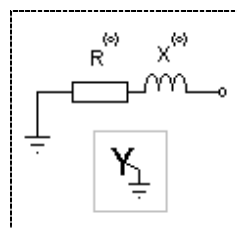
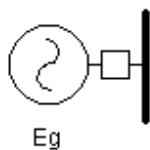
Redes de Secuencia Cero

Los Diagramas o las *Redes de Secuencia Cero* son significativamente diferente con los restantes diagramas porque además de que los parámetros R y X no tienen porque coincidir, tampoco existen fuentes de tensión ideal y la forma de la red depende del estado del neutro del sistema.

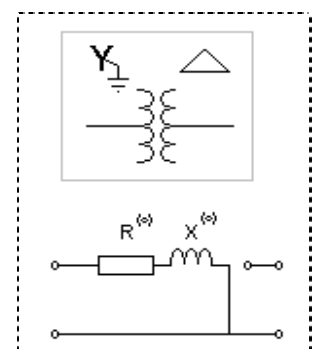
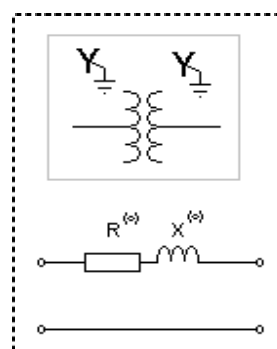
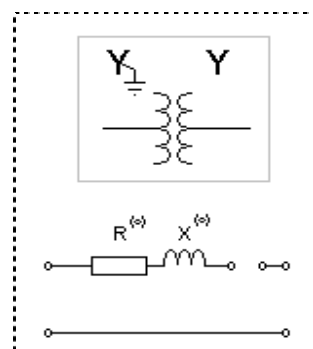
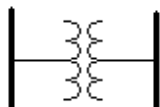
Ya se había mencionado de que las Redes de Secuencia Cero solo tendrán lugar en los circuitos con estrella aterrada y, por tanto, los generadores, motores y transformadores que pueden ser aterrados poseen diferentes diagramas de secuencia cero en dependencia de la conexión de su neutro.

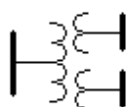
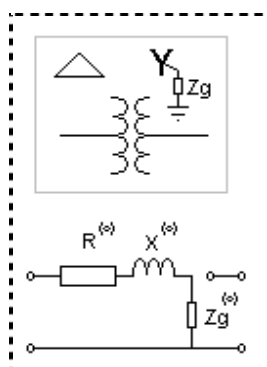
A continuación se mostrarán las redes de secuencia cero de los elementos del sistema para que se puedan construir las redes de secuencia del sistema.

Generadores y motores

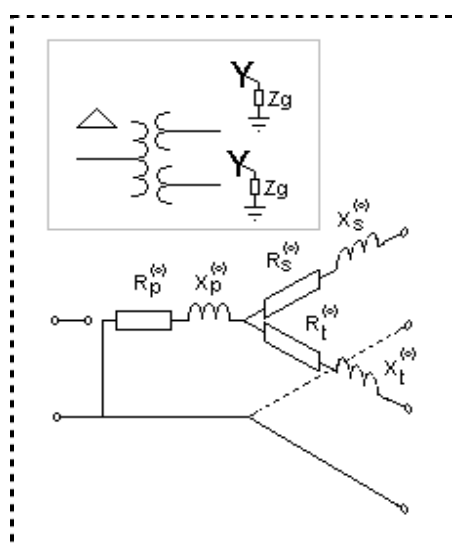
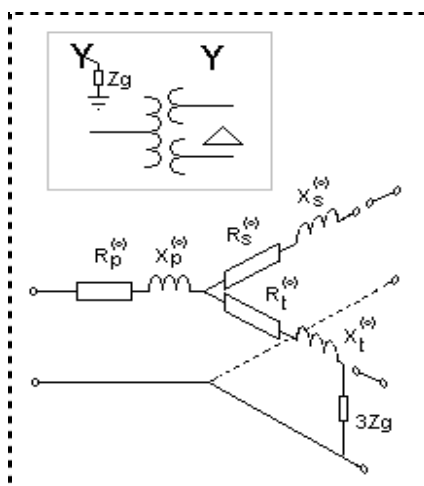
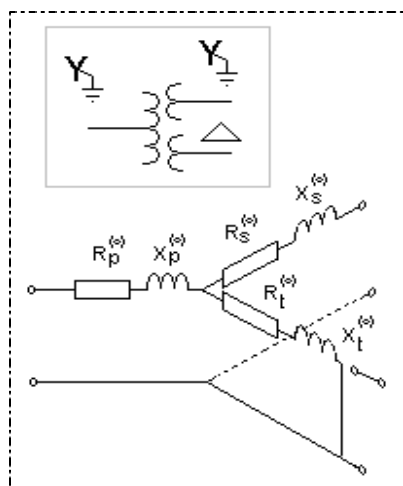


Transformadores de dos devanados





Transformadores de tres devanados



Con la unión de estas redes individuales, se pueden crear la red de secuencia cero de un sistema eléctrico de potencia. Por ejemplo, si en el ejemplo 1 consideramos al generador conectado en estrella aterrada mediante una resistencia, el transformador en delta primario y estrella aterrada sólidamente en el secundario y el motor conectado en estrella aislada, entonces su correspondiente Red de Secuencia Cero es como sigue:

Ejemplo 6

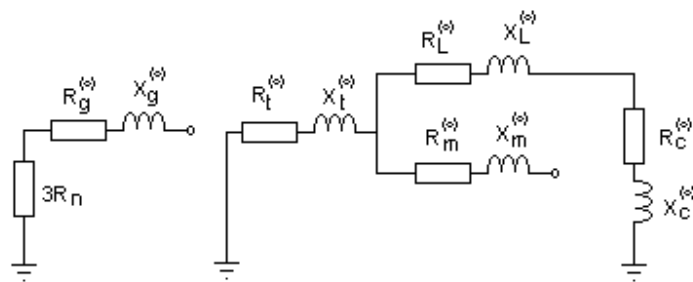


Figura 2.4. Red de secuencia cero del ejemplo 1

2.3 Impedancia de Secuencia de los elementos del Sistema

Si se conoce la forma de los distintos diagramas de secuencia que dependen de las características del sistema, se necesita conocer como se obtienen los parámetros R y X de los elementos del sistema para las secuencias negativas y cero.

Turbogeneradores

$$X_1 = X_d''$$

$$X_2 = 1.22X_1$$

$$X_0 = 0.4X_1$$

Hidrogeneradores

$$X_1 = X_d''$$

$$X_2 = (1.8 \div 2)X_1$$

$$X_0 = 0.25X_1$$

Motores Sincrónicos

$$X_1 = X_d''$$

$$X_2 = X_1$$

$$X_0 < X_1$$

Transformadores y Reactores

$$X_1 = X_2 = X_0$$

Líneas y cables

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$$

$$X_0 = 3.5X_1 \quad \text{Línea simple circuito sin Cable Protector}$$

$$X_0 = 2X_1 \quad \text{Simple circuito con Cable Protector}$$

$X_0 = 5X_1$ Doble circuito sin Cable Protector

$X_0 = 3X_1$ Doble circuito con Cable Protector

$X_0 = 4.6X_1$ Cables soterrados

Como se conocen todos los elementos que componen los diferentes diagramas de secuencia se podrán aplicar los métodos de análisis de los circuitos eléctricos por ejemplo el método de Thevenin a cada uno de los diagramas quedando como sigue:

Diagrama de Secuencia Positiva:

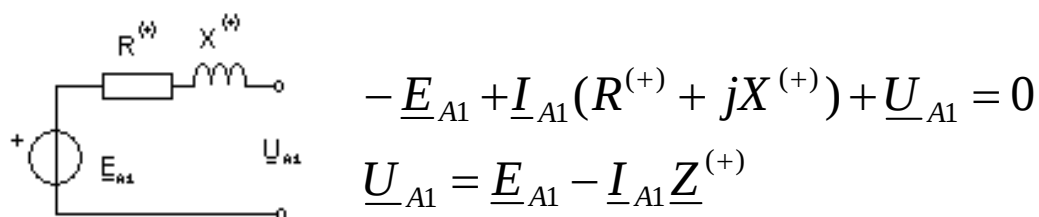


Diagrama de Secuencia Negativa:

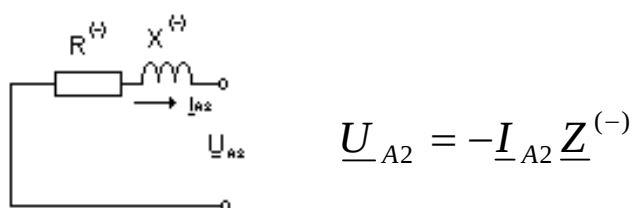
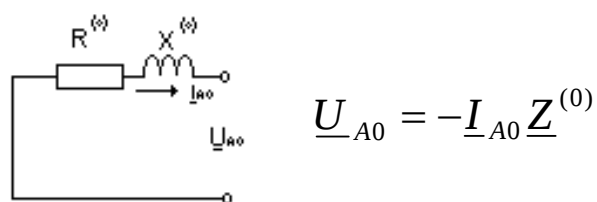
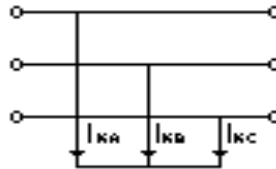
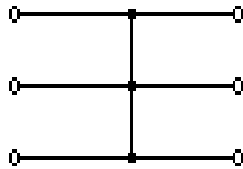


Diagrama de Secuencia Cero:



2.4 Análisis de las fallas

• Cortocircuitos trifásicos



Condiciones iniciales

$$1. \underline{I}_{KA} + \underline{I}_{KB} + \underline{I}_{KC} = 0$$

$$2. \underline{U}_{KA} = \underline{U}_{KB} = \underline{U}_{KC} = 0$$

Desarrollo

$$\underline{I}_{A0} = \frac{1}{3}(\underline{I}_{KA} + \underline{I}_{KB} + \underline{I}_{KC}) = 0$$

$$\underline{I}_{A1} = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}^{(+)}}$$

$$\underline{U}_{A1} = \frac{1}{3}(\underline{U}_{KA} + a\underline{U}_{KB} + a^2\underline{U}_{KC}) = 0$$

$$\underline{I}_{A2} = \frac{\underline{U}_{A2}}{\underline{Z}^{(-)}} = 0$$

$$\underline{U}_{A2} = \frac{1}{3}(\underline{U}_{KA} + a^2\underline{U}_{KB} + a\underline{U}_{KC}) = 0$$

$$\underline{I}_{A0} = \frac{\underline{U}_{A0}}{\underline{Z}^{(0)}} = 0$$

$$\underline{U}_{A0} = \frac{1}{3}(\underline{U}_{KA} + \underline{U}_{KB} + \underline{U}_{KC}) = 0$$

$$\underline{U}_{A1} = \underline{U}_{A2} = \underline{U}_{A0} = 0$$

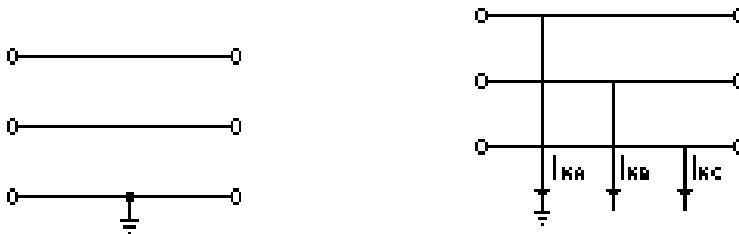
$$\underline{U}_{A1} = \underline{E}_A - \underline{I}_{A1}\underline{Z}^{(+)}$$

$$\underline{I}_A = (\underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0}) = \underline{I}_{A1} = \frac{\underline{E}_{A1}}{\underline{Z}^{(+)}}$$

$$\underline{I}_B = (a^2 \underline{I}_{A1} + a \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0}) = a^2 \underline{I}_{A1} = \frac{\underline{E}_{A1}}{\underline{Z}^{(+)}} 1e^{-j120}$$

$$\underline{I}_C = (a \underline{I}_{A1} + a^2 \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0}) = a \underline{I}_{A1} = \frac{\underline{E}_{A1}}{\underline{Z}^{(+)}} 1e^{j120}$$

- Cortocircuitos monofásicos



Condiciones iniciales

$$1. \underline{I}_{KB} = \underline{I}_{KC} = 0$$

$$2. \underline{U}_{KA} = 0$$

Desarrollo

$$\underline{I}_{KB} = (a^2 \underline{I}_{A1} + a \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0})$$

$$\underline{I}_{KC} = (a \underline{I}_{A1} + a^2 \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0})$$

$$\underline{I}_{KB} - \underline{I}_{KC} = \underline{I}_{A1}(a^2 - a) + \underline{I}_{A2}(a - a^2)$$

$$(a^2 - a) = -(a - a^2)$$

$$\underline{I}_{A1} = \underline{I}_{A2}$$

$$\underline{I}_{KB} + \underline{I}_{KC} = \underline{I}_{A1}(a^2 + a) + \underline{I}_{A2}(a^2 + a) + 2\underline{I}_{A0}$$

$$\underline{I}_{A1}(a^2 + a + a^2 + a) + 2\underline{I}_{A0} = 0$$

$$2\underline{I}_{A1}(a^2 + a) + 2\underline{I}_{A0} = 0$$

$$(a^2 + a) = -1$$

$$\boxed{\underline{I}_{A0} = \underline{I}_{A1}}$$

$$\underline{U}_{KA} = \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} = 0$$

$$\underline{E}_{A1} - \underline{I}_{A1}\underline{Z}^{(+)} - \underline{I}_{A2}\underline{Z}^{(-)} - \underline{I}_{A0}\underline{Z}^{(0)} = 0$$

$$\underline{E}_{A1} = \underline{I}_{A1}\underline{Z}^{(+)} + \underline{I}_{A1}\underline{Z}^{(-)} + \underline{I}_{A1}\underline{Z}^{(0)}$$

$$\underline{E}_{A1} = \underline{I}_{A1}(\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)})$$

$$\boxed{\underline{I}_{A1} = \frac{\underline{E}_{A1}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}}}$$

$$\boxed{\underline{U}_{A1} = \underline{E}_{A1} - \underline{I}_{A1}\underline{Z}^{(+)} = \underline{E}_{A1} - \left(\frac{\underline{E}_{A1}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right) \underline{Z}^{(+)} = \underline{E}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right)}$$

$$\boxed{\underline{U}_{A2} = -\underline{I}_{A2}\underline{Z}^{(-)} = -\underline{I}_{A1}\underline{Z}^{(-)} = -\left(\frac{\underline{E}_{A1}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right) \underline{Z}^{(-)} = -\underline{E}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(-)}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right)}$$

$$\boxed{\underline{U}_{A2} = -\underline{I}_{A0}\underline{Z}^{(0)} = -\underline{I}_{A1}\underline{Z}^{(0)} = -\left(\frac{\underline{E}_{A1}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right) \underline{Z}^{(0)} = -\underline{E}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(0)}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right)}$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} = 3\underline{I}_{A1} = 3 \left(\frac{\underline{E}_{A1}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right)$$

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_{A1} + a \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} = \underline{I}_{A1} (a^2 + a + 1) = 0$$

$$\underline{I}_C = a \underline{I}_{A1} + a^2 \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} = \underline{I}_{A1} (a^2 + a + 1) = 0$$

$$\underline{U}_{KB} = a^2 \underline{U}_{A1} + a \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0}$$

$$\underline{U}_{KB} = a^2 \left[\underline{E}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right) \right] - a \left[\underline{E}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(-)}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right) \right] - \underline{E}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(0)}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right)$$

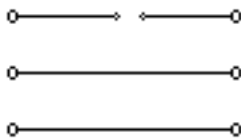
$$\underline{U}_{KB} = \left(\frac{\underline{E}_{A1}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right) \left[\underline{Z}^{(-)} (a^2 - a) + \underline{Z}^{(0)} (a^2 - 1) \right]$$

$$\underline{U}_{KC} = a \underline{U}_{A1} + a^2 \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0}$$

$$\underline{U}_{KC} = a \left[\underline{E}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right) \right] - a^2 \left[\underline{E}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(-)}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right) \right] - \underline{E}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(0)}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right)$$

$$\underline{U}_{KC} = \left(\frac{\underline{E}_{A1}}{\underline{Z}^{(+)} + \underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right) \left[\underline{Z}^{(-)} (a - a^2) + \underline{Z}^{(0)} (a - 1) \right]$$

• Apertura de un conductor



Condiciones iniciales

$$\underline{I}_A = 0$$

$$\underline{U}_B = 0$$

$$\underline{U}_C = 0$$

Desarrollo

$$\Delta \underline{U}_B = a^2 \Delta \underline{U}_{A1} + a \Delta \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0}$$

$$\Delta \underline{U}_C = a \Delta \underline{U}_{A1} + a^2 \Delta \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0}$$

$$\Delta \underline{U}_B - \Delta \underline{U}_C = (a^2 - a) \Delta \underline{U}_{A1} + (a - a^2) \Delta \underline{U}_{A2}$$

$$0 = (a^2 - a) \Delta \underline{U}_{A1} - (a^2 - a) \Delta \underline{U}_{A2}$$

$$\boxed{\Delta \underline{U}_{A1} = \Delta \underline{U}_{A2}}$$

$$\Delta \underline{U}_B + \Delta \underline{U}_C = (a^2 + a) \Delta \underline{U}_{A1} + (a + a^2) \Delta \underline{U}_{A2} + 2 \Delta \underline{U}_{A0}$$

$$-2(a^2 + a) \Delta \underline{U}_{A1} = 2 \Delta \underline{U}_{A0}$$

$$(a^2 + a) = -1$$

$$\boxed{\Delta \underline{U}_{A1} = \Delta \underline{U}_{A0}}$$

$$I_{A2} = -\frac{\Delta \underline{U}_{A2}}{\underline{Z}^{(-)}} = -\frac{\Delta \underline{U}_{A1}}{\underline{Z}^{(-)}}$$

$$I_{A0} = -\frac{\Delta \underline{U}_{A0}}{\underline{Z}^{(0)}} = -\frac{\Delta \underline{U}_{A1}}{\underline{Z}^{(0)}}$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} = 0$$

$$\underline{I}_{A1} = -(\underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0})$$

$$\underline{I}_{A1} = \frac{\Delta \underline{U}_{A2}}{\underline{Z}^{(-)}} + \frac{\Delta \underline{U}_{A0}}{\underline{Z}^{(0)}} = \left(\frac{\Delta \underline{U}_{A1}}{\underline{Z}^{(-)}} + \frac{\Delta \underline{U}_{A1}}{\underline{Z}^{(0)}} \right)$$

$$\underline{I}_{A1} = \Delta \underline{U}_{A1} \left(\frac{1}{\underline{Z}^{(-)}} + \frac{1}{\underline{Z}^{(0)}} \right) = \Delta \underline{U}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}}{\underline{Z}^{(-)} \cdot \underline{Z}^{(0)}} \right)$$

$$\underline{Z}_{\Delta} = \left(\frac{\underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}}{\underline{Z}^{(-)} \cdot \underline{Z}^{(0)}} \right)$$

$$\underline{I}_{A1} = \Delta \underline{U}_{A1} \underline{Z}_{\Delta} = (\Delta \underline{E}_{A1} - \underline{I}_{A1} \underline{Z}^{(+)}) \underline{Z}_{\Delta} = \Delta \underline{E}_{A1} \underline{Z}_{\Delta} - \underline{I}_{A1} \underline{Z}^{(+)} \underline{Z}_{\Delta}$$

$$\underline{I}_{A1} (1 + \underline{Z}^{(+)} \underline{Z}_{\Delta}) = \Delta \underline{E}_{A1} \underline{Z}_{\Delta}$$

$$\underline{I}_{A1} = \frac{\Delta \underline{E}_{A1} \underline{Z}_{\Delta}}{(1 + \underline{Z}^{(+)} \underline{Z}_{\Delta})} = \frac{\Delta \underline{E}_{A1}}{\left(\frac{1}{\underline{Z}_{\Delta}} + \underline{Z}^{(+)} \right)}$$

$$\boxed{\underline{I}_{A1} = \frac{\Delta \underline{E}_{A1}}{\left(\underline{Z}^{(+)} + \frac{\underline{Z}^{(0)} \cdot \underline{Z}^{(-)}}{\underline{Z}^{(0)} + \underline{Z}^{(-)}} \right)}}$$

$$\Delta \underline{U}_{A1} = \Delta \underline{U}_{A2} = \Delta \underline{U}_{A0} = \frac{\underline{I}_{A1}}{\underline{Z}_{\Delta}} = \frac{\Delta \underline{E}_{A1} \cdot \underline{Z}_{\Delta}}{(1 + \underline{Z}^{(+)} \underline{Z}_{\Delta}) \underline{Z}_{\Delta}} = \frac{\Delta \underline{E}_{A1}}{(1 + \underline{Z}^{(+)} \underline{Z}_{\Delta})}$$

$$\underline{I}_{A2} = -\frac{\Delta \underline{U}_{A2}}{\underline{Z}^{(-)}} = -\frac{\underline{I}_{A1}}{\underline{Z}^{(-)}} = -\underline{I}_{A1} \frac{1}{\underline{Z}_{\Delta} \underline{Z}^{(-)}} = -\underline{I}_{A1} \frac{1}{\left(\frac{\underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}}{\underline{Z}^{(0)}} \right)} = -\underline{I}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(0)}}{\underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right)$$

$$\underline{I}_{A0} = -\frac{\Delta \underline{U}_{A0}}{\underline{Z}^{(0)}} = -\frac{\underline{I}_{A1}}{\underline{Z}^{(0)}} = -\underline{I}_{A1} \frac{1}{\underline{Z}_{\Delta} \underline{Z}^{(0)}} = -\underline{I}_{A1} \frac{1}{\left(\frac{\underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}}{\underline{Z}^{(-)}} \right)} = -\underline{I}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(-)}}{\underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right)$$

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_{A1} + a \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} = a^2 \underline{I}_{A1} - a \underline{I}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(0)}}{\underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right) - \underline{I}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(-)}}{\underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right)$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{A1} \left[a^2 - a \left(\frac{1}{\underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right) - \left(\underline{Z}^{(0)} + \underline{Z}^{(-)} \right) \right]$$

$$\underline{I}_C = a \underline{I}_{A1} + a^2 \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} = a \underline{I}_{A1} - a^2 \underline{I}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(0)}}{\underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right) - \underline{I}_{A1} \left(\frac{\underline{Z}^{(-)}}{\underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right)$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{A1} \left[a - a^2 \left(\frac{1}{\underline{Z}^{(-)} + \underline{Z}^{(0)}} \right) - \left(\underline{Z}^{(0)} + \underline{Z}^{(-)} \right) \right]$$

En el caso de estas fallas consideradas longitudinales $\Delta \underline{E}_A$ se refiere a la suma de los voltajes de las máquinas equivalentes que quedan de la simplificación del esquema luego de realizar la apertura de la fase. Muchas veces tiende a considerarse que ambas máquinas comienzan a trabajar con ángulos totalmente invertidos y entonces se cumple $\Delta \underline{E}_A = 2 \underline{E}_A$

Expresiones matemáticas empleadas en el cálculo de las fallas transversales y longitudinales

- Fallas Transversales**

Magnitudes calculadas	Tipo de cortocircuitos		
	Monofásicos	Bifásicos	Bifásicos a tierra
Corriente de secuencia positiva I_{A1}	$\frac{\underline{E}_{A1}}{3ra + j(X^{(+)} + X^{(-)} + X^{(0)})}$	$\frac{\underline{E}_{A1}}{3ra + j(X^{(+)} + X^{(-)})}$	$\frac{\underline{E}_{A1}}{jX^{(+)} + jX^{(-)}(3ra + X^{(0)})}$
Corriente de secuencia negativa I_{A2}	$\underline{I}_{A1}$	$-\underline{I}_{A1}$	$\frac{-3ra + jX^{(0)}}{3ra + j(X^{(-)} + X^{(0)})} \underline{I}_{A1}$
Corriente de secuencia cero I_{A0}	$\underline{I}_{A1}$	0	$\frac{-jX^{(-)}}{3ra + j(X^{(-)} + X^{(0)})} \underline{I}_{A1}$
Tensión de secuencia Positiva $\underline{U}_{A1}$	$(3ra + j(X^{(-)} + X^{(0)})) \underline{I}_{A1}$	$(ra + jX^{(-)}) \underline{I}_{A1}$	$jX^{(-)}(3ra + jX^{(0)}) \underline{I}_{A1}$
Tensión de secuencia negativa $\underline{U}_{A2}$	$-jX^{(-)} \underline{I}_{A1}$	$jX^{(-)} \underline{I}_{A1}$	$\frac{-jX^{(-)}(3ra + jX^{(0)})}{3ra + j(X^{(-)} + X^{(0)})} \underline{I}_{A1}$
Tensión de secuencia cero $\underline{U}_{A0}$	$-jX^{(0)} \underline{I}_{A1}$	Indeterminado	$\frac{-jX^{(-)} \cdot jX^{(0)}}{3ra + j(X^{(-)} + X^{(0)})} \underline{I}_{A1}$

(ra) -- es la resistencia aproximada del arco

Fallas longitudinales

Magnitudes calculadas	Tipo de cortocircuitos	
	Monofásicos	Bifásicos
Corriente de secuencia positiva I_{A1}	$\frac{\Delta E_{A1}}{j(X^{(+)} + \frac{jX^{(-)} \cdot jX^{(0)}}{jX^{(-)} + jX^{(0)}})}$	$\frac{\Delta E_{A1}}{j(X^{(+)} + X^{(-)})}$
Corriente de secuencia negativa I_{A2}	$-\frac{jX^{(0)}}{jX^{(+)} + jX^{(-)}} I_{A1}$	I_{A1}
Corriente de secuencia cero I_{A0}	$-\frac{jX^{(-)}}{jX^{(+)} + jX^{(-)}} I_{A1}$	I_{A1}
Tensión de secuencia Positiva $\underline{U}_{A1}$	$\frac{j(X^{(0)} + X^{(-)})}{jX^{(+)} \cdot jX^{(-)}} I_{A1}$	$(ra + jX^{(-)}) I_{A1}$
Tensión de secuencia negativa $\underline{U}_{A2}$	$\underline{U}_{A1}$	$-jX^{(-)} I_{A1}$
Tensión de secuencia cero $\underline{U}_{A0}$	$\underline{U}_{A1}$	$-jX^{(0)} I_{A1}$

ΔE_{A1} Diferencia de fem entre ambos extremos de las fases que se han abierto

2.5 Conclusiones

Las fallas pueden ser transversales y longitudinales siendo la apertura de conductores el ejemplo más sencillo de estas últimas. Las fallas transversales puede ser clasificarse en simétricas y asimétricas, incorporando estas últimas las Componentes Simétricas en su análisis.

En análisis de las fallas asimétricas se incorporan tres diagramas de secuencia y su aparición está en dependencia del tipo de fallo, siendo válido destacar que para los fallos monofásicos parecen todas las secuencias (positiva, negativa y cero).

Las fallas monofásicas varían en dependencia del tipo de conexión del neutro del sistema, apareciendo grandes corrientes en sistemas sólidamente aterrados y bajas corrientes en las otras conexiones, aunque la tensión en éstas puede ser peligrosa.

Estudio independiente

1. Demostrar, de forma similar a como se ha efectuado en este material, las expresiones de las restantes fallas, bifásicas y bifásicas a tierra.
2. Estudiar la conexión de las redes de secuencia. Esto tiene una gran importancia para el entendimiento de términos tales como Impedancia Shunt (paralela)